

ОГЭ 2017

И. В. Яценко
С. А. Шестаков

Подготовка к ОГЭ по математике

МЕТОДИЧЕСКИЕ
УКАЗАНИЯ

26
задач

- методические рекомендации с разбором задач
- тренинги к каждому заданию
- тренировочные варианты в формате ОГЭ–2017

И. В. Яценко, С. А. Шестаков

Подготовка
к ОГЭ по математике
в 2017 году

Методические указания

Издание соответствует Федеральному государственному
образовательному стандарту (ФГОС)

Москва
Издательство МЦНМО
2017

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Я97

Яценко И. В., Шестаков С. А.

Я97 Подготовка к ОГЭ по математике в 2017 году. Методические указания. — М.: МЦНМО, 2017. — 408 с.

ISBN 978-5-4439-1146-5

Настоящее пособие предназначено для подготовки к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике. Пособие содержит методические рекомендации с разбором типовых примеров к каждому заданию ОГЭ, подготовительные и зачётные тренинги к каждому заданию ОГЭ, тренировочные работы в формате ОГЭ, соответствующие текущим спецификации и демоверсии экзаменационной работы.

Такая структура пособия представляется универсальной, она позволяет познакомиться со всем спектром заданий открытого банка ОГЭ по математике и методами их решения, обеспечить качественную и полноценную подготовку к экзамену на любом уровне.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включён в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.

Учебно-методическое издание

*Иван Валериевич Яценко
Сергей Алексеевич Шестаков*

12+

Подготовка к ОГЭ по математике в 2017 году. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Подписано в печать 30.03.2017 г. Формат 60 × 90 1/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 25,5. Тираж 3000 экз. Заказ № .

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–08–04.

Отпечатано в ООО «Типография „Мигтель Пресс“».
г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6.
Тел./факс +7 (495) 619-08-30, 647-01-89.
E-mail: mittelpress@mail.ru

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга», Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745-80-31. E-mail: biblio@mcme.ru

ISBN 978-5-4439-1146-5

© Яценко И. В., Шестаков С. А., 2017.
© МЦНМО, 2017.

Предисловие

Настоящее пособие предназначено для подготовки к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике. В последние годы определилась устойчивая структура экзамена: экзаменационный вариант состоит из 26 заданий, каждое из которых может быть отнесено к одному из трёх модулей: «Реальная математика», «Алгебра», «Геометрия». Вариант экзаменационной работы содержит как задания базового уровня (с кратким ответом), так и задания повышенного и высокого уровней сложности (задания с развёрнутым решением).

Пособие состоит из двух частей. Форма и содержание экзамена требуют более полного описания типов и особенностей заданий демо-версии и открытого банка задач (именно на его основе формируются варианты экзаменационной работы). Такому описанию, снабжённому методическими рекомендациями и примерами решения задач открытого банка, посвящена первая часть пособия. Наряду с методическими рекомендациями и большим числом разобранных примеров она содержит 52 тренинга из 20 задач каждый: по два тренинга к каждому заданию ОГЭ по математике для отработки навыков их решения. При самостоятельной работе с пособием следует сначала прочитать методические рекомендации к соответствующему заданию ОГЭ, затем попытаться выполнить подготовительные задания (они составляют первый тренинг) и понять, какие задачи решены неправильно. Повторив теоретический материал и ещё раз обратившись при необходимости к методическим рекомендациям, следует выполнить зачётные задания (они составляют второй тренинг). Отметим, что задания в пособии подобраны так, чтобы читатель мог познакомиться со всем спектром задач открытого банка ОГЭ и по окончании работы с пособием чувствовать себя на экзамене уверенно и спокойно. Вторую часть пособия составили тренировочные варианты ОГЭ по математике.

Надеемся, что пособие окажется полезным как выпускникам основной школы, так учителям и методистам, позволив им лучше ориентироваться в предстоящей итоговой аттестации.

Пособие может быть использовано для организации итогового повторения (в том числе с начала учебного года) и завершающего этапа подготовки к экзамену в 9 классе.

Авторы глубоко признательны и благодарны О. А. Васильевой за внимательное и вдумчивое чтение рукописи, замечания и предложения, в значительной степени способствовавшие улучшению пособия.

Задание 1

Краткие методические рекомендации

Задание 1 ОГЭ по математике представляет собой задачу на арифметические действия с дробями — как десятичными, так и обыкновенными. Статистика решения подобных задач на ОГЭ по математике является удручающей, поэтому таким задачам надо уделить самое пристальное внимание, отработав с учащимися как действия с десятичными дробями, так — и особенно! — действия с обыкновенными дробями и комбинациями десятичных и обыкновенных дробей.

В случае обыкновенных дробей стандартный рецепт один — приведение дробей к общему знаменателю, если знаменатели различны. Наиболее простой случай — когда знаменатели одной или двух дробей являются делителями знаменателя другой.

Пример 1. Найдите значение выражения $\frac{2}{15} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3}$.

Решение. Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{2}{15} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{2 - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ. 0,2.

В более сложных случаях общий знаменатель находится как произведение знаменателей данных дробей.

Пример 2. Найдите значение выражения $\frac{5}{8} + \frac{7}{25}$.

Решение. Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{25} = \frac{5 \cdot 25}{8 \cdot 25} + \frac{7 \cdot 8}{8 \cdot 25} = \frac{125 + 56}{200} = \frac{181}{200} = 0,905.$$

Ответ. 0,905.

Если тема усвоена достаточно хорошо, лучше не просто находить произведение знаменателей данных дробей, а выбирать в качестве общего знаменателя их наименьшее общее кратное, когда это возможно.

Пример 3. Найдите значение выражения $\left(\frac{17}{28} - \frac{11}{21}\right) \cdot 30$.

Решение. Заметим, что $28 = 7 \cdot 4$, а $21 = 7 \cdot 3$. Поэтому в качестве общего знаменателя дробей можно выбрать $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$. Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\left(\frac{17}{28} - \frac{11}{21}\right) \cdot 30 = \left(\frac{17 \cdot 3}{84} - \frac{11 \cdot 4}{84}\right) = \frac{7}{84} \cdot 30 = \frac{1}{12} \cdot 30 = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ. 2,5.

Пример 4. Найдите значение выражения $\left(1\frac{7}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 48$.

РЕШЕНИЕ. Обратим дроби в скобках в неправильные, приведём их к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\left(1\frac{7}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 48 = \left(\frac{15}{8} - \frac{5}{3}\right) \cdot 48 = \frac{45 - 40}{24} \cdot 48 = 10.$$

ОТВЕТ. 10.

В некоторых случаях при решении подобных задач бывает удобно выполнить действия, используя распределительные свойства. Например, при решении предыдущего примера после обращения дробей в скобках в неправильные можно было сначала умножить каждое из полученных в скобках слагаемых на 48. Рассмотрим ещё один пример.

Пример 5. Найдите значение выражения $18\frac{18}{19} : \frac{18}{19}$.

РЕШЕНИЕ. Имеем

$$18\frac{18}{19} : \frac{18}{19} = \left(18 + \frac{18}{19}\right) : \frac{18}{19} = 18 : \frac{18}{19} + \frac{18}{19} : \frac{18}{19} = 19 + 1 = 20.$$

ОТВЕТ. 20.

Иногда можно использовать навыки рационального счёта, например, не выполняя умножение двухзначных или трёхзначных чисел, поскольку на одно из них в конце решения удаётся сократить дробь.

Пример 6. Найдите значение выражения $15\frac{15}{17} : \frac{15}{17}$.

РЕШЕНИЕ. Пример можно решить, обратив первую дробь в неправильную:

$$15\frac{15}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 17 + 15}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 18}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 18}{17} \cdot \frac{17}{15} = 18.$$

Разумеется, предыдущий пример можно было решить и аналогично примеру 5:

$$15\frac{15}{17} : \frac{15}{17} = \left(15 + \frac{15}{17}\right) : \frac{15}{17} = 15 : \frac{15}{17} + \frac{15}{17} : \frac{15}{17} = 17 + 1 = 18.$$

Действия с конечными десятичными дробями обычно приводят к меньшему числу ошибок по сравнению с задачами на действия с обыкновенными дробями или комбинациями обыкновенных и смешанных дробей. Связано это, видимо, с тем, что конечные десятичные дроби как бы являются «по умолчанию» дробями «с общим знаменателем»: в самом сложном случае достаточно дописать необходимое количество нулей после запятой, чтобы получить дроби с одним и тем же числом знаков после запятой. Иногда вычисления удаётся рационализировать стандартными приёмами: вынесением за скобку общего множителя, применением формул сокращённого умножения, распределительных свойств и т. п.

Пример 7. Найдите значение выражения $0,987 \cdot 999 + 0,987$.

РЕШЕНИЕ. Вынесем за скобку общий множитель:

$$0,987 \cdot 999 + 0,987 = 0,987(999 + 1) = 0,987 \cdot 1000 = 987.$$

ОТВЕТ. 987.

Пример 8. Найдите значение выражения $\frac{75^2 - (0,75)^2}{75,75}$.

РЕШЕНИЕ. Применим к числителю данной дроби формулу разности квадратов:

$$\frac{75^2 - (0,75)^2}{75,75} = \frac{(75 - 0,75)(75 + 0,75)}{75,75} = \frac{74,25 \cdot 75,75}{75,75} = 74,25.$$

ОТВЕТ. 74,25.

Задания, в которых встречаются как десятичные, так и обыкновенные дроби, вызывают порой значительные затруднения у части школьников. Если знаменатели всех дробей в условии являются степенями двойки и пятёрки или произведением таких степеней, дроби лучше обратить в конечные десятичные. Если хотя бы один из знаменателей дробей отличен от степеней двойки и пятёрки или произведения таких степеней, дроби лучше обратить в обыкновенные. Рассмотрим примеры.

Пример 9. Обратите $\frac{3}{40}$ в десятичную дробь.

РЕШЕНИЕ. Заметим, что $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Поэтому для того, чтобы обратить данную обыкновенную дробь в конечную десятичную, можно либо выполнить деление числителя дроби на её знаменатель столбиком, либо записать её в виде дроби со знаменателем, являющимся степенью числа 10. Для этого достаточно умножить числитель и знаменатель дроби на 25. Получим

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 25}{2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{75}{1000} = 0,075.$$

ОТВЕТ. 0,075.

Пример 10. Обратите 2,34 в обыкновенную дробь.

РЕШЕНИЕ. Имеем $2,34 = 2 \frac{34}{100} = 2 \frac{17}{50}$.

ОТВЕТ. $2 \frac{17}{50}$.

Пример 11. Найдите значение выражения $\left(12,5 - 6\frac{2}{3}\right) \cdot 19,2$.

РЕШЕНИЕ. Обратим все дроби в неправильные обыкновенные дроби и раскроем скобки (в данном случае это наиболее рациональный

способ):

$$\begin{aligned} \left(12,5 - 6\frac{2}{3}\right) \cdot 19,2 &= \left(\frac{25}{2} - \frac{20}{3}\right) \cdot \frac{96}{5} = \frac{25}{2} \cdot \frac{96}{5} - \frac{20}{3} \cdot \frac{96}{5} = \\ &= \frac{25}{5} \cdot \frac{96}{2} - \frac{20}{5} \cdot \frac{96}{3} = 5 \cdot 48 - 4 \cdot 32 = 112. \end{aligned}$$

ОТВЕТ. 112.

Отметим, что если рациональный способ вычислений не очевиден, то не надо тратить время на его поиск, а следует решить задачу стандартным образом.

Пример 12. Найдите значение выражения $29 : \left(11\frac{29}{45} - 5,2\right)$.

РЕШЕНИЕ. Преобразуем выражение в скобках, приведя дроби к общему знаменателю, а затем выполним действия:

$$\begin{aligned} 29 : \left(11\frac{29}{45} - 5,2\right) &= 29 : \left(11\frac{29}{45} - 5\frac{9}{45}\right) = 29 : 6\frac{20}{45} = 29 : 6\frac{4}{9} = \\ &= 29 : \frac{58}{9} = 29 \cdot \frac{9}{58} = \frac{9}{2} = 4,5. \end{aligned}$$

ОТВЕТ. 4,5.

Подготовительные задачи

1. Найдите значение выражения $8,4 + 3,7$.
2. Найдите значение выражения $7,9 + 2,2$.
3. Найдите значение выражения $4,9 - 9,4$.
4. Найдите значение выражения $6,4 - 4,8$.
5. Найдите значение выражения $8,1 \cdot 7,2$.
6. Найдите значение выражения $9,9 \cdot 7,1$.
7. Найдите значение выражения $\frac{13,2}{1,2}$.
8. Найдите значение выражения $\frac{4,8}{0,4}$.
9. Найдите значение выражения $\frac{1}{10} + \frac{29}{20}$.
10. Найдите значение выражения $\frac{1}{2} + \frac{33}{50}$.
11. Найдите значение выражения $\frac{1}{4} - \frac{51}{20}$.
12. Найдите значение выражения $\frac{1}{25} - \frac{7}{50}$.
13. Найдите значение выражения $\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}$.
14. Найдите значение выражения $\frac{21}{5} \cdot \frac{3}{7}$.
15. Найдите значение выражения $\frac{3}{5} : \frac{2}{15}$.
16. Найдите значение выражения $\frac{6}{5} : \frac{4}{11}$.
17. Найдите значение выражения $\frac{4,8 \cdot 0,4}{0,6}$.
18. Найдите значение выражения $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$.
19. Найдите значение выражения $6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 17 \cdot \frac{1}{3}$.
20. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{13} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot 26$.

Зачётные задачи

1. Найдите значение выражения $\frac{1,7+3,8}{2,2}$.
2. Найдите значение выражения $\frac{7,2-6,1}{2,2}$.
3. Найдите значение выражения $\frac{9,4}{4,1+5,3}$.
4. Найдите значение выражения $\frac{1,2}{6,7-7,3}$.
5. Найдите значение выражения $\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8}$.
6. Найдите значение выражения $\frac{9}{4,5 \cdot 2,5}$.
7. Найдите значение выражения $-13 \cdot (-9,3) - 7,8$.
8. Найдите значение выражения $0,9 \cdot (-10)^2 - 120$.
9. Найдите значение выражения $0,6 \cdot (-10)^3 + 50$.
10. Найдите значение выражения $(6 \cdot 10^2)^3 \cdot (13 \cdot 10^{-5})$.
11. Найдите значение выражения $(9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (11 \cdot 10^5)$.
12. Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^2)^4 \cdot (19 \cdot 10^{-6})$.
13. Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42}}$.
14. Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{72} - \frac{1}{99}}$.
15. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \cdot 9$.
16. Найдите значение выражения $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot 3$.
17. Найдите значение выражения $\left(1\frac{3}{4} + 2\frac{4}{5}\right) \cdot 30$.
18. Найдите значение выражения $\left(1\frac{11}{16} - 3\frac{7}{8}\right) \cdot 4$.
19. Найдите значение выражения $1\frac{1}{12} : \left(1\frac{13}{18} - 2\frac{5}{9}\right)$.
20. Найдите значение выражения $9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 19 \cdot \frac{1}{9}$.

Содержание

Предисловие	3
Задание 1	4
Подготовительные задачи	8
Зачётные задачи	9
Задание 2	10
Подготовительные задачи	12
Зачётные задачи	15
Задание 3	18
Подготовительные задачи	22
Зачётные задачи	25
Задание 4	28
Подготовительные задачи	31
Зачётные задачи	32
Задание 5	33
Подготовительные задачи	43
Зачётные задачи	53
Задание 6	63
Подготовительные задачи	69
Зачётные задачи	71
Задание 7	73
Подготовительные задачи	76
Зачётные задачи	78
Задание 8	80
Подготовительные задачи	89
Зачётные задачи	92
Задание 9	95
Подготовительные задачи	101
Зачётные задачи	104
Задание 10	107
Подготовительные задачи	115
Зачётные задачи	121
Задание 11	127
Подготовительные задачи	133

Зачётные задачи	137
Задание 12	141
Подготовительные задачи	146
Зачётные задачи	151
Задание 13	157
Подготовительные задачи	159
Зачётные задачи	163
Задание 14	167
Подготовительные задачи	169
Зачётные задачи	174
Задание 15	179
Подготовительные задачи	184
Зачётные задачи	194
Задание 16	204
Подготовительные задачи	208
Зачётные задачи	210
Задание 17	212
Подготовительные задачи	214
Зачётные задачи	220
Задание 18	226
Подготовительные задачи	229
Зачётные задачи	242
Задание 19	254
Подготовительные задачи	256
Зачётные задачи	258
Задание 20	260
Подготовительные задачи	262
Зачётные задачи	266
Задание 21	270
Подготовительные задачи	277
Зачётные задачи	278
Задание 22	279
Подготовительные задачи	290
Зачётные задачи	293
Задание 23	296

Подготовительные задачи	299
Зачётные задачи	302
Задание 24	305
Подготовительные задачи	313
Зачётные задачи	315
Задание 25	317
Подготовительные задачи	322
Зачётные задачи	324
Задание 26	326
Подготовительные задачи	337
Зачётные задачи	339
Тренировочная работа 1	341
Тренировочная работа 2	345
Тренировочная работа 3	350
Тренировочная работа 4	355
Тренировочная работа 5	360
Тренировочная работа 6	365
Тренировочная работа 7	370
Тренировочная работа 8	375
Тренировочная работа 9	380
Тренировочная работа 10	385
Ответы	391