

И. В. Яценко, С. А. Шестаков

# ОГЭ по математике от А до Я. Модульный курс

## Алгебра

Издание соответствует Федеральному государственному  
образовательному стандарту (ФГОС)

Москва  
Издательство МЦНМО  
2018

УДК 373:51  
ББК 22.1я72  
Я97

**Яценко И. В., Шестаков С. А.**  
Я97 ОГЭ по математике от А до Я. Модульный курс. Алгебра. — М.: МЦНМО, 2018. — 148 с.

ISBN 978-5-4439-1197-7

Настоящее пособие предназначено для подготовки к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике. Пособие содержит методические рекомендации с разбором типовых примеров к каждому заданию ОГЭ, подготовительные и зачётные тренинги к каждому заданию ОГЭ, тренировочные работы в формате ОГЭ, соответствующие текущим спецификации и демоверсии экзаменационной работы.

Такая структура пособия представляется универсальной, она позволяет познакомиться со всем спектром заданий открытого банка ОГЭ по математике и методами их решения, обеспечить качественную и полноценную подготовку к экзамену на любом уровне.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

*Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включён в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.*

12+

ISBN 978-5-4439-1197-7

© Яценко И. В., Шестаков С. А., 2018.  
© МЦНМО, 2018.

## Предисловие

Настоящее пособие является первой частью модульного курса «ОГЭ по математике от А до Я» и предназначено для подготовки к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике (модуль «Реальная математика», задания 14—20 варианта ОГЭ по математике). В последние годы определилась устойчивая структура экзамена: экзаменационный вариант состоит из 26 заданий, каждое из которых может быть отнесено к одному из трёх модулей: «Реальная математика», «Алгебра», «Геометрия». Вариант экзаменационной работы содержит как задания базового уровня (с кратким ответом), так и задания повышенного и высокого уровней сложности (задания с развёрнутым решением). Все задания модуля «Реальная математика» являются заданиями базового уровня.

Пособие состоит из двух частей. Первая часть пособия содержит описание типов и особенностей заданий демоверсии и открытого банка задач (именно на его основе формируются варианты экзаменационной работы), методические рекомендации и примеры решения задач модуля «Алгебра» открытого банка. Наряду с методическими рекомендациями и большим числом разобранных примеров она включает в себя 22 тренинга из 10 задач каждый: по два тренинга к каждому из заданий 1—8 и 21—23, составляющих модуль «Алгебра» ОГЭ по математике, для отработки навыков их решения.

При самостоятельной работе с пособием следует сначала прочитать методические рекомендации к соответствующему заданию ОГЭ, затем попытаться выполнить подготовительные задания (они составляют первый тренинг) и понять, какие задачи решены неправильно. Повторив теоретический материал и ещё раз обратившись при необходимости к методическим рекомендациям, следует выполнить зачётные задания (они составляют второй тренинг). Отметим, что задания в пособии подобраны так, чтобы познакомить читателя со всем спектром задач соответствующего модуля открытого банка ОГЭ по математике и по окончании работы с пособием чувствовать себя на экзамене уверенно и спокойно.

Надеемся, что пособие окажется полезным как выпускникам основной школы, так учителям и методистам, позволив им лучше ориентироваться в предстоящей итоговой аттестации.

Пособие может быть использовано для организации итогового повторения (в том числе, с начала учебного года) и завершающего этапа подготовки к экзамену в 9 классе.

Авторы глубоко признательны и благодарны О. А. Васильевой за внимательное и вдумчивое чтение рукописи, замечания и предложения, в значительной степени способствовавшие улучшению пособия.

## Задание 1

### Краткие методические рекомендации

Задание 1 ОГЭ по математике представляет собой задачу на арифметические действия с дробями — как десятичными, так и обыкновенными. Статистика решения подобных задач на ОГЭ по математике является удручающей, поэтому таким задачам надо уделить самое пристальное внимание, отработав с учащимися как действия с десятичными дробями, так — и особенно! — действия с обыкновенными дробями и комбинациями десятичных и обыкновенных дробей.

В случае обыкновенных дробей стандартный рецепт один — приведение дробей к общему знаменателю, если знаменатели различны. Наиболее простой случай — когда знаменатели одной или двух дробей являются делителями знаменателя другой.

**Пример 1.** Найдите значение выражения  $\frac{2}{15} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3}$ .

**Решение.** Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{2}{15} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{2 - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ. 0,2.

В более сложных случаях общий знаменатель находится как произведение знаменателей данных дробей.

**Пример 2.** Найдите значение выражения  $\frac{5}{8} + \frac{7}{25}$ .

**Решение.** Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{25} = \frac{5 \cdot 25}{8 \cdot 25} + \frac{7 \cdot 8}{8 \cdot 25} = \frac{125 + 56}{200} = \frac{181}{200} = 0,905.$$

Ответ. 0,905.

Если тема усвоена достаточно хорошо, лучше не просто находить произведение знаменателей данных дробей, а выбирать в качестве общего знаменателя их наименьшее общее кратное, когда это возможно.

**Пример 3.** Найдите значение выражения  $\left(\frac{17}{28} - \frac{11}{21}\right) \cdot 30$ .

**Решение.** Заметим, что  $28 = 7 \cdot 4$ , а  $21 = 7 \cdot 3$ . Поэтому в качестве общего знаменателя дробей можно выбрать  $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ . Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\left(\frac{17}{28} - \frac{11}{21}\right) \cdot 30 = \left(\frac{17 \cdot 3}{84} - \frac{11 \cdot 4}{84}\right) = \frac{7}{84} \cdot 30 = \frac{1}{12} \cdot 30 = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ. 2,5.

**Пример 4.** Найдите значение выражения  $\left(1\frac{7}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 48$ .

РЕШЕНИЕ. Обратим дроби в скобках в неправильные, приведём их к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\left(1\frac{7}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 48 = \left(\frac{15}{8} - \frac{5}{3}\right) \cdot 48 = \frac{45-40}{24} \cdot 48 = 10.$$

ОТВЕТ. 10.

В некоторых случаях при решении подобных задач бывает удобно выполнить действия, используя распределительные свойства. Например, при решении предыдущего примера после обращения дробей в скобках в неправильные можно было сначала умножить каждое из полученных в скобках слагаемых на 48. Рассмотрим ещё один пример.

**Пример 5.** Найдите значение выражения  $18\frac{18}{19} : \frac{18}{19}$ .

РЕШЕНИЕ. Имеем

$$18\frac{18}{19} : \frac{18}{19} = \left(18 + \frac{18}{19}\right) : \frac{18}{19} = 18 : \frac{18}{19} + \frac{18}{19} : \frac{18}{19} = 19 + 1 = 20.$$

ОТВЕТ. 20.

Иногда можно использовать навыки рационального счёта, например, не выполняя умножение двухзначных или трёхзначных чисел, поскольку на одно из них в конце решения удаётся сократить дробь.

**Пример 6.** Найдите значение выражения  $15\frac{15}{17} : \frac{15}{17}$ .

РЕШЕНИЕ. Пример можно решить, обратив первую дробь в неправильную:

$$15\frac{15}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 17 + 15}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 18}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 18}{17} \cdot \frac{17}{15} = 18.$$

Разумеется, предыдущий пример можно было решить и аналогично примеру 5:

$$15\frac{15}{17} : \frac{15}{17} = \left(15 + \frac{15}{17}\right) : \frac{15}{17} = 15 : \frac{15}{17} + \frac{15}{17} : \frac{15}{17} = 17 + 1 = 18.$$

Действия с конечными десятичными дробями обычно приводят к меньшему числу ошибок по сравнению с задачами на действия с обыкновенными дробями или комбинациями обыкновенных и смешанных дробей. Связано это, видимо, с тем, что конечные десятичные дроби как бы являются «по умолчанию» дробями «с общим знаменателем»: в самом сложном случае достаточно дописать необходимое количество нулей после запятой, чтобы получить дроби с одним и тем же числом знаков после запятой. Иногда вычисления удаётся рационализировать стандартными приёмами: вынесением за скобку общего множителя, применением формул сокращённого умножения, распределительных свойств и т. п.

**Пример 7.** Найдите значение выражения  $0,987 \cdot 999 + 0,987$ .

**РЕШЕНИЕ.** Вынесем за скобку общий множитель:

$$0,987 \cdot 999 + 0,987 = 0,987(999 + 1) = 0,987 \cdot 1000 = 987.$$

ОТВЕТ. 987.

**Пример 8.** Найдите значение выражения  $\frac{75^2 - (0,75)^2}{75,75}$ .

**РЕШЕНИЕ.** Применим к числителю данной дроби формулу разности квадратов:

$$\frac{75^2 - (0,75)^2}{75,75} = \frac{(75 - 0,75)(75 + 0,75)}{75,75} = \frac{74,25 \cdot 75,75}{75,75} = 74,25.$$

ОТВЕТ. 74,25.

Задания, в которых встречаются как десятичные, так и обыкновенные дроби, вызывают порой значительные затруднения у части школьников. Если знаменатели всех дробей в условии являются степенями двойки и пятёрки или произведением таких степеней, дроби лучше обратить в конечные десятичные. Если хотя бы один из знаменателей дробей отличен от степеней двойки и пятёрки или произведения таких степеней, дроби лучше обратить в обыкновенные. Рассмотрим примеры.

**Пример 9.** Обратите  $\frac{3}{40}$  в десятичную дробь.

**РЕШЕНИЕ.** Заметим, что  $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ . Поэтому для того, чтобы обратить данную обыкновенную дробь в конечную десятичную, можно либо выполнить деление числителя дроби на её знаменатель столбиком, либо записать её в виде дроби со знаменателем, являющимся степенью числа 10. Для этого достаточно умножить числитель и знаменатель дроби на 25. Получим

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 25}{2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{75}{1000} = 0,075.$$

ОТВЕТ. 0,075.

**Пример 10.** Обратите 2,34 в обыкновенную дробь.

**РЕШЕНИЕ.** Имеем  $2,34 = 2\frac{34}{100} = 2\frac{17}{50}$ .

ОТВЕТ.  $2\frac{17}{50}$ .

**Пример 11.** Найдите значение выражения  $\left(12,5 - 6\frac{2}{3}\right) \cdot 19,2$ .

**РЕШЕНИЕ.** Обратим все дроби в неправильные обыкновенные дроби и раскроем скобки (в данном случае это наиболее рациональный

способ):

$$\begin{aligned} \left(12,5 - 6\frac{2}{3}\right) \cdot 19,2 &= \left(\frac{25}{2} - \frac{20}{3}\right) \cdot \frac{96}{5} = \frac{25}{2} \cdot \frac{96}{5} - \frac{20}{3} \cdot \frac{96}{5} = \\ &= \frac{25}{5} \cdot \frac{96}{2} - \frac{20}{5} \cdot \frac{96}{3} = 5 \cdot 48 - 4 \cdot 32 = 112. \end{aligned}$$

ОТВЕТ. 112.

Отметим, что если рациональный способ вычислений не очевиден, то не надо тратить время на его поиск, а следует решить задачу стандартным образом.

**Пример 12.** Найдите значение выражения  $29 : \left(11\frac{29}{45} - 5,2\right)$ .

РЕШЕНИЕ. Преобразуем выражение в скобках, приведя дроби к общему знаменателю, а затем выполним действия:

$$\begin{aligned} 29 : \left(11\frac{29}{45} - 5,2\right) &= 29 : \left(11\frac{29}{45} - 5\frac{9}{45}\right) = 29 : 6\frac{20}{45} = 29 : 6\frac{4}{9} = \\ &= 29 : \frac{58}{9} = 29 \cdot \frac{9}{58} = \frac{9}{2} = 4,5. \end{aligned}$$

ОТВЕТ. 4,5.



## Подготовительные задачи

1. Найдите значение выражения  $7,9 + 2,2$ .
2. Найдите значение выражения  $6,4 - 4,8$ .
3. Найдите значение выражения  $9,9 \cdot 7,1$ .
4. Найдите значение выражения  $\frac{4,8}{0,4}$ .
5. Найдите значение выражения  $\frac{1}{2} + \frac{33}{50}$ .
6. Найдите значение выражения  $\frac{1}{25} - \frac{7}{50}$ .
7. Найдите значение выражения  $\frac{21}{5} \cdot \frac{3}{7}$ .
8. Найдите значение выражения  $\frac{6}{5} : \frac{4}{11}$ .
9. Найдите значение выражения  $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$ .
10. Найдите значение выражения  $\left(\frac{1}{13} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot 26$ .

## Зачётные задачи

1. Найдите значение выражения  $\frac{7,2 - 6,1}{2,2}$ .
2. Найдите значение выражения  $\frac{1,2}{6,7 - 7,3}$ .
3. Найдите значение выражения  $\frac{9}{4,5 \cdot 2,5}$ .
4. Найдите значение выражения  $0,9 \cdot (-10)^2 - 120$ .
5. Найдите значение выражения  $(6 \cdot 10^2)^3 \cdot (13 \cdot 10^{-5})$ .
6. Найдите значение выражения  $(2 \cdot 10^2)^4 \cdot (19 \cdot 10^{-6})$ .
7. Найдите значение выражения  $\frac{1}{\frac{1}{72} - \frac{1}{99}}$ .
8. Найдите значение выражения  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot 3$ .
9. Найдите значение выражения  $\left(1\frac{11}{16} - 3\frac{7}{8}\right) \cdot 4$ .
10. Найдите значение выражения  $9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 19 \cdot \frac{1}{9}$ .

## Диагностическая работа 15

1. -1,3. 2. 3. 3. 3.

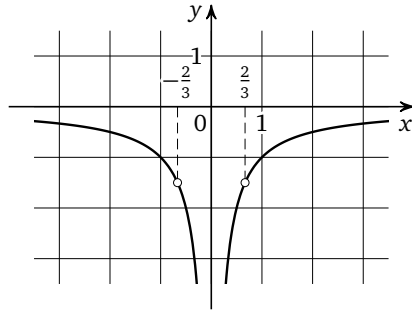
4. 0,8. 5. А1; Б3; В2.

6. 682,5. 7. 20.

8. 3. 9.  $(3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5})$ .

10. 11 кг.

11. -2,25; 0; 2,25.



## Содержание

Предисловие . . . . .	3
<b>Задание 1</b> . . . . .	5
Подготовительные задачи . . . . .	9
Зачётные задачи . . . . .	10
<b>Задание 2</b> . . . . .	11
Подготовительные задачи . . . . .	13
Зачётные задачи . . . . .	15
<b>Задание 3</b> . . . . .	17
Подготовительные задачи . . . . .	21
Зачётные задачи . . . . .	23
<b>Задание 4</b> . . . . .	25
Подготовительные задачи . . . . .	28
Зачётные задачи . . . . .	29
<b>Задание 5</b> . . . . .	30
Подготовительные задачи . . . . .	40
Зачётные задачи . . . . .	45
<b>Задание 6</b> . . . . .	50
Подготовительные задачи . . . . .	56
Зачётные задачи . . . . .	57
<b>Задание 7</b> . . . . .	58
Подготовительные задачи . . . . .	61
Зачётные задачи . . . . .	62
<b>Задание 8</b> . . . . .	63
Подготовительные задачи . . . . .	72
Зачётные задачи . . . . .	74
<b>Задание 21</b> . . . . .	76
Подготовительные задачи . . . . .	83
Зачётные задачи . . . . .	84
<b>Задание 22</b> . . . . .	85
Подготовительные задачи . . . . .	96
Зачётные задачи . . . . .	98
<b>Задание 23</b> . . . . .	100
Подготовительные задачи . . . . .	103

---

Зачётные задачи . . . . .	105
Диагностическая работа 1 . . . . .	107
Диагностическая работа 2 . . . . .	109
Диагностическая работа 3 . . . . .	111
Диагностическая работа 4 . . . . .	113
Диагностическая работа 5 . . . . .	115
Диагностическая работа 6 . . . . .	117
Диагностическая работа 7 . . . . .	119
Диагностическая работа 8 . . . . .	121
Диагностическая работа 9 . . . . .	123
Диагностическая работа 10 . . . . .	125
Диагностическая работа 11 . . . . .	127
Диагностическая работа 12 . . . . .	129
Диагностическая работа 13 . . . . .	131
Диагностическая работа 14 . . . . .	133
Диагностическая работа 15 . . . . .	135
Ответы . . . . .	137

Учебно-методическое пособие

*Иван Валериевич Яценко*  
*Сергей Алексеевич Шестаков*

ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ от А до Я. Модульный курс. АЛГЕБРА

Подписано в печать 30.06.2017 г. Формат  $60 \times 90 \frac{1}{16}$ . Бумага офсетная.  
Печать офсетная. Печ. л. 9,5. Тираж 5000 экз. Заказ № .

Издательство Московского центра  
непрерывного математического образования.  
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499)241-08-04.

Отпечатано в ООО «Типография „Миттель Пресс“».  
г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6.  
Тел./факс +7 (495) 619-08-30, 647-01-89.  
E-mail: mittelpress@mail.ru

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,  
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745-80-31. E-mail: biblio@mcme.ru

---